

GLOSSARY

Was sucht das Lateinische Quadrat im Europäischen Arzneibuch?

Das Wesen des Lateinischen Quadrates hat bereits im 18. Jahrhundert der weltberühmte Basler Mathematiker Leopold Euler (1701–1783) beschrieben und kommentiert. Im 20. Jahrhundert wurde es von Ronald Aylmer Fisher (1890–1962) in die statistische Methodenlehre und Biometrie eingeführt. Dazu werden **orthogonale** Lateinische Quadrate benötigt, mit deren Hilfe man Simultanvergleiche anstellen kann, die bei relativ geringem Aufwand differenzierte Aussagen ermöglichen. Zwei orthogonale Lateinische Quadrate derselben Ordnung besitzen gleich viele Felder und die Eigenschaft, dass beim Übereinanderlegen der beiden Quadrate jedes Element des einen mit jedem Element des anderen genau und nur je einmal zusammentrifft.

Statistische Auswertung

Das Europäische Arzneibuch (Pharm. Eur. 6.0) enthält im Kapitel „5.3 Statistische Auswertung“ den Abschnitt „8.6 Latei-

nisches Quadrat“ (Band 1, Seite 864). Dort ist beschrieben und graphisch dargestellt, wie aus einer zufälligen Permutation von sechs möglichen Behandlungen (diese bilden die Elemente $S_1, S_2, S_3, T_1, T_2, T_3$) durch „Rotation“ nach rechts ein einfaches Lateinisches Quadrat erzeugt wird (wir haben das Quadrat hier wegen der besseren Übersichtlichkeit koloriert):

Man schreibe die im Schritt 1 gefundene Permutation in die erste Zeile [des Quadrats]. Die zweite Zeile besteht aus der gleichen Permutation, doch werden alle Behandlungen nach rechts verschoben. Die am weitesten rechts liegende Behandlung kommt auf den ganz links liegenden, nun freien Platz. Dies wird für alle Zeilen wiederholt, bis alle Behandlungen einmal in jeder Spalte vorhanden sind.

An dieser Stelle könnte man fragen: „Was muss ein Pharmazeut denn noch alles wissen?“

Wir wollen festhalten:

- Sein Beruf ist interdisziplinär.

T ₃	S ₃	S ₁	T ₂	T ₁	S ₂
S ₂	T ₃	S ₃	S ₁	T ₂	T ₁
T ₁	S ₂	T ₃	S ₃	S ₁	T ₂
T ₂	T ₁	S ₂	T ₃	S ₃	S ₁
S ₁	T ₂	T ₁	S ₂	T ₃	S ₃
S ₃	S ₁	T ₂	T ₁	S ₂	T ₃

- Seine Ausbildung ist fächerübergreifend.
 - Er muss die Eigenschaften eines Spezialisten und eines Generalisten in sich vereinen, woraus sich Vor- und Nachteile ergeben.
 - Die Breite der Ausbildung umfasst viele spezifische Aspekte.
 - Sie ist das Gerüst, das die Entwicklung einer reichen beruflichen Vielfalt ermöglicht.
- Doch zurück zum Arzneibuch und zum Begriff „Permutation“:

Permutation

Der von lat. permutare = tauschen, aus- oder vertauschen abgeleitete Begriff ist mit Vertauschung, Austausch, Umstellung zu übersetzen und begegnet uns in den Bereichen der Mathematik, der Sprachwissenschaften und der Musik.

Lasset uns nicht teilen, sondern darum loosen, wer sein soll

Takt	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Sopran												
Alt												
Tenor												
Bass												

Takt	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Sopran											
Alt											
Tenor											
Bass											

Abb. 1: Beispiel einer Permutationsfuge: J. S. Bach: Chor der Kriegsknechte in der Johannes-Passion (BWV 245).

In der **Mathematik** ist eine Permutation eine bijektive Selbstabbildung einer in der Regel endlichen Menge. Man versteht darunter die Veränderung der Anordnung einer Menge durch Vertauschen ihrer Elemente. Eine praktische Anwendung ist die Konstruktion der Lateinischen Quadrate (s. u.).

In der **Sprache** kann die Permutation von Satzteilen entweder ohne Veränderung der syntaktischen Funktion erfolgen (A) oder zur (völligen) Änderung der Aussage führen (B).
Beispiele zu A:

*Sie trafen sich am Abend.
Am Abend trafen sie sich.*

*Die Flut kam am frühen Morgen.
Am frühen Morgen kam die Flut.*

*Vor dem Essen sollt ihr die Hände waschen!
Ihr sollt die Hände vor dem Essen waschen!
Ihr sollt die Hände waschen vor dem Essen!*

Beispiele zu B:

*Der Sohn von Grete wurde geschlagen.
Der Sohn wurde von Grete geschlagen.*

*Die Schwester von Hans wird ständig belästigt.
Die Schwester wird ständig von Hans belästigt.*

*Ihr sollt arbeiten, nicht betteln!
Ihr sollt betteln, nicht arbeiten!*

In der polyphonen **Musik** bedeutet Permutation den Austausch und die wechselnde Kombination kontrapunktischer Elemente. Eine Fuge mit mehreren regelmäßigen Permutationen (Durchführungen), bei der die Kontrapunkte beibehalten und

	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td></tr> </table>	1	2	3	4	4	1	2	3	3	4	1	2	2	3	4	1	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr> <tr><td>D</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr> <tr><td>C</td><td>D</td><td>A</td><td>B</td></tr> <tr><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>A</td></tr> </table>	A	B	C	D	D	A	B	C	C	D	A	B	B	C	D	A
1	2	3	4																															
4	1	2	3																															
3	4	1	2																															
2	3	4	1																															
A	B	C	D																															
D	A	B	C																															
C	D	A	B																															
B	C	D	A																															

Abb. 2: Lateinische Quadrate der Ordnung 4.

in feststehender Reihenfolge durch alle Stimmen geführt werden, nennt man Permutationsfuge. Um konkret zu werden, betrachten wir die Takte 10 bis 32 im Chor der Kriegsknechte „Lasset uns den nicht zerteilen“ aus der Johannes-Passion von Johann Sebastian Bach (Abb. 1).

Lateinische Quadrate

Lateinische Quadrate bestehen aus gleich vielen (= n) waagerechten und senkrechten Feldern, wobei jedes Feld ein Symbol enthält und jedes Symbol in jeder Zeile und jeder Spalte nur einmal auftritt. Die Zahl n bestimmt die Ordnung des Lateinischen Quadrats.

Eine alternative Definition lautet: Ein Lateinisches Quadrat der Kantenlänge n enthält n unterschiedliche Symbole (Elemente), wobei in jeder Zeile und jeder Spalte eine Permutation der n Symbole erfolgt.

Der Name „Lateinisches Quadrat“ kommt daher, dass der legendäre Mathematiker Leonhard Euler, als er sich mit diesem Thema befasste, die Buchstaben des Lateinischen Alphabets als Symbole benutzte. Ihm zu Ehren heißen die Lateinischen Quadrate synonym Eulersche Quadrate. Ein Lateinisches Quadrat der Ordnung 4 (n = 4) enthält vier verschiedene Symbole bzw. Elemente wie Farben, Zahlen oder Buchstaben (Abb. 2).

Erfolgt die Permutation der n Symbole durch Rotation nach rechts (wie auch im Arzneibuch, s. o.), d. h. dass die jeweils vorangehende Zeile um eins nach rechts verschoben wird und das äußerste rechte Symbol der vorangehenden Zeile, das dabei aus dem Quadrat fallen würde, in der neuen Zeile ganz links eingetragen wird, so entsteht ein Lateinisches Quadrat, in dem das erste Symbol mit seinen Kopien ein Diagonale von links oben nach rechts unten bildet. Siehe rote Markierung!

Die erste Zeile von links nach rechts gelesen und die rechte Spalte von oben nach unten gelesen, ergeben zusammen ein Palindrom. Beispiele: 1-2-3-4-3-2-1 oder A-B-C-D-C-B-A oder



Als **Standardquadrat** wird ein Lateinisches Quadrat dann bezeichnet, wenn die n Elemente (Symbole) in der ersten Zeile und in der linken Spalte in der gleichen (alphabetischen) Reihenfolge angeordnet sind. Man erhält es durch Rotation nach links (Abb. 3).

Im Standardquadrat verläuft die Diagonale aus gleichen Symbolen von rechts oben nach links unten. Siehe blaue Markierung! Die erste Spalte von unten nach oben gelesen und die erste Zeile von links nach rechts gelesen ergeben zusammen ein Palindrom, beispielsweise 4-3-2-1-2-3-4 oder D-C-B-A-B-C-D oder



Lateinische Quadrate der Ordnung 5 und 6 sind in Abbildung 4 wiedergegeben.

	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	1	2	3	4	2	3	4	1	3	4	1	2	4	1	2	3	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr> <tr><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>A</td></tr> <tr><td>C</td><td>D</td><td>A</td><td>B</td></tr> <tr><td>D</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr> </table>	A	B	C	D	B	C	D	A	C	D	A	B	D	A	B	C
1	2	3	4																															
2	3	4	1																															
3	4	1	2																															
4	1	2	3																															
A	B	C	D																															
B	C	D	A																															
C	D	A	B																															
D	A	B	C																															

Abb. 3: Standardquadrate der Ordnung 4.

1	2	3	4	5
5	1	2	3	4
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
2	3	4	5	1

A	B	C	D	E
E	A	B	C	D
D	E	A	B	C
C	D	E	A	B
B	C	D	E	A

1	2	3	4	5	6
6	1	2	3	4	5
5	6	1	2	3	4
4	5	6	1	2	3
3	4	5	6	1	2
2	3	4	5	6	1

A	B	C	D	E	F
F	A	B	C	D	E
E	F	A	B	C	D
D	E	F	A	B	C
C	D	E	F	A	B
B	C	D	E	F	A

Abb. 4: Lateinische Quadrate der Ordnung 5 und 6.

Autor

Prof. Dr. rer. nat. Dr. h. c.
Hermann J. Roth
Friedrich-Naumann-
Str. 33,
76187 Karlsruhe
www.h-roth-kunst.com
info@h-roth-kunst.com



Umsetzung eines Lateinischen Quadrats der Ordnung 4 in einen verbalen Kanon mit dem Titel „Warnung“:

habet acht	Böses wacht	seid parat	Übles naht
Übles naht	habet acht	Böses wacht	seid parat
seid parat	Übles naht	habet acht	Böses wacht
Böses wacht	seid parat	Übles naht	habet acht

Analoge Umsetzung des Standardquadrates:

habet acht	Böses wacht	seid parat	Übles naht
Böses wacht	seid parat	Übles naht	habet acht
seid parat	Übles naht	habet acht	Böses wacht
Übles naht	habet acht	Böses wacht	seid parat

Umsetzung eines Lateinischen Quadrats der Ordnung 5 in einen verbalen Kanon mit dem Titel „Aufmunterung“:

freut Euch des Lebens	Trübsinn vergebens	der Mut überlebt	bleibet doch munter	alles wird bunter
alles wird bunter	freut Euch des Lebens	Trübsinn vergebens	der Mut überlebt	bleibet doch munter
bleibet doch munter	alles wird bunter	freut Euch des Lebens	Trübsinn vergebens	der Mut überlebt
der Mut überlebt	bleibet doch munter	alles wird bunter	freut Euch des Lebens	Trübsinn vergebens
Trübsinn vergebens	der Mut überlebt	bleibet doch munter	alles wird bunter	freut Euch des Lebens

Umsetzung eines Lateinischen Quadrats der Ordnung 6 in einen verbalen Kanon mit dem Titel „Nach der Sintflut“:

Wasser sinkt	Nebel fällt	Sicht erhellt	Jubel klingt	Hoffnung kommt	Glaube frommt
Glaube frommt	Wasser sinkt	Nebel fällt	Sicht erhellt	Jubel klingt	Hoffnung kommt
Hoffnung kommt	Glaube frommt	Wasser sinkt	Nebel fällt	Sicht erhellt	Jubel klingt
Jubel klingt	Hoffnung kommt	Glaube frommt	Wasser sinkt	Nebel fällt	Sicht erhellt
Sicht erhellt	Jubel klingt	Hoffnung kommt	Glaube frommt	Wasser sinkt	Nebel fällt
Nebel fällt	Sicht erhellt	Jubel klingt	Hoffnung kommt	Glaube frommt	Wasser sinkt

© H. Roth 2008